

# 감폭 계절지수를 이용한 시계열의 예측력 향상 방안\*

계절성이 존재하는 시계열을 예측하는 방법으로 계절변동조정계열을 예측한 후 이에 계절지수 추정치를 적용하여 원계열 예측치를 산출하는 방법이 보편적으로 사용되고 있다. 이 경우 정확한 계절지수의 추정이 선제되어야 하는데 심각한 불규칙변동이 존재하는 시계열에서는 신뢰성 있는 계절지수의 추정이 어렵게 된다. 이를 위한 개선방법으로 X-12-ARIMA 계절지수에 축소추정기법을 적용하여 계절지수의 변동폭을 감소시킨 James-Stein형과 Lemon-Krutchkoff형 감폭 계절지수를 소개한다. 또한 두 감폭 계절지수와 기존의 X-12-ARIMA 계절지수를 우리나라의 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액에 적용하여 계절지수의 변동폭과 예측오차를 비교해 본다.

## I. 머리말

## II. 축소추정기법을 적용한 감폭 계절지수

### 1. 개요

### 2. James-Stein형 계절지수

### 3. Lemon-Krutchkoff형 계절지수

## III. 사례 분석

### 1. 계절지수 비교

### 2. 예측오차 비교

## IV. 맺음말

\* 본고는 한국은행 경제통계국 통계개발팀 김현정 과장이 집필하였음. 본고의 내용은 집필자 개인의 의견으로 한국은행의 공식의견을 나타내는 것은 아님

## I. 머리말

계절성이 존재하는 시계열에 대한 예측방법으로는 ① 원계열에 직접적으로 계절예측모형(예 : 계절 ARIMA, 계절형 지수평활모형)을 적용하는 방법과 ② 우선적으로 계절변동조정을 실시하여 계절변동조정계열의 예측치를 구한 후 이 결과에 다시 계절지수 추정치를 적용하여 원계열의 예측치를 산출하는 두 가지 방법을 고려할 수 있다. 전자의 계절예측모형은 비계절예측모형에 비해 모형의 식별이 간단하지 않기 때문에 많은 예측전문가들은 후자의 방법을 선호해 왔다. 후자의 경우에는 예측결과의 신뢰성을 위해 계절지수의 정확한 추정이 중요시 된다. 그러나 많은 경제시계열들에서 심한 불규칙변동이 발견되며 이러한 시계열들에 대해서는 계절지수의 추정이 어렵고 그 신뢰도가 떨어진다는 주장이 제기되어 왔다.

이러한 점을 해결하기 위한 한 가지 방법으로 축소추정기법(Shrinkage Estimation Method)을 이용한 감폭 계절지수(Damping Seasonal Factor)에 관한 연구가 최근 활발하게 일어나고 있다. 감폭 계절지수란 X-12-ARIMA, TRAMO-SEATS와 같은 계절변동조정 프로그램을 통해 산출된 계절지수의 변동폭을 축소시킨 계절지수이다. Miller and Williams(2004)는 X-12-ARIMA의 계절지수에 축소추정기법을 적용한 James-Stein형과 Lemon-Krutchkoff형 감폭 계절지수를 제시하였으며 이러한 감폭 계절지수들이 기존 X-12-ARIMA를 통해 산출되는 계절지수보다 예측력에 있어서 뛰어난을 보여주었다.

본고에서는 Miller and Williams(2004)가 제시한 두 가지 감폭 계절지수를 살펴보고, 이를 우리나라의 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액(월별)에 적용하여 X-12-ARIMA 계절지수와 비교해 본다.

---

## II. 축소추정기법을 적용한 감폭 계절지수

### 1. 개요

감폭 계절지수를 설명하기에 앞서 고전적인 계절지수의 추정방법을 살펴보면 다음과 같은 3단계로 요약될 수 있다.

- ① 중심이동화평균 등을 통해 추세순환성분을 추출한다.
- ② 원계열로부터 추세순환성분을 제거한 후 SI비율(계절변동과 불규칙변동)에 대해 계절이동평균을 실시하여 계절지수를 산출한다.
- ③ 위 단계에서 산출된 계절지수의 1년간 평균이 승법형<sup>1)</sup>의 경우 1, 가법형의 경우 0이 되도록 표준화 작업을 실시한다.

Armstrong(1978)은 시계열의 불규칙정도가 클수록 계절지수의 추정오차가 심각해진다고 주장하며 다음과 같은 감폭 계절지수를 제시하였다.

$$S_j^A = W^A + (1 - W^A)S_j$$

여기서  $S_j$ 는 일반적인 계절변동조정기법을 통해 산출된 계절지수이며  $W^A$ 는 감폭의 정도를 나타내는 가중치로서 Armstrong은 시계열 연도 수의 제곱근의 역수인  $1/\sqrt{d}$ 로 정의하였다. 즉 시계열이 짧을수록 불규칙성은 증가하며 기존의 계절지수에 대한 신뢰도가 떨어지므로 기존 계절지수에 대해 더 많은 감폭을 해야 함을 의미한다. Miller and Williams(2004)는 계절지수 추정치의 분산과 계절지수의 변동성을 이용하여 Armstrong보다 정교한 방식으로 시계열의 불규칙 정도를 가중치에 적용한 James-Stein형과 Lemon-Krutchkoff형의 감폭

---

주 : 1) 경제시계열이 크게 추세순환(TC), 계절(S), 불규칙성분(I)으로 이루어져 있다고 가정할 때 각 구성성분의 결합형태에 따라 승법형(=TC×S×I), 가법형(=TC+S+I) 등으로 표현

계절지수를 개발하였다. 특히 이들 감폭 계절지수는 축소추정기법을 전 세계적으로 널리 활용되고 있는 X-12-ARIMA의 계절지수에 적용시켰다는데 큰 의의가 있다.

## 2. James-Stein형 계절지수

계절분해모형이 승법형인 월별 시계열을 고려할 때  $m$ 월 시점에서의 James-Stein형(이후 JS형) 감폭 계절지수  $S_m^{JS}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$S_m^{JS} = W_m^{JS} \times 1.0 + (1 - W_m^{JS})S_m \quad (1)$$

$$0 \leq W_m^{JS} \leq 1$$

$S_m$  : X-12-ARIMA에서 산출된 계절지수

X-12-ARIMA 계절지수  $S_m$ 에 대한 감폭의 정도를 나타내는 가중치  $W_m^{JS}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$W_m^{JS} = \frac{\hat{V}}{\hat{V} + \hat{A}_m} \quad (2)$$

여기서  $\hat{V}$ 은 X-12-ARIMA에서 추정된 계절지수의 전체 표본분산이 되며  $\hat{A}_m$ 은  $m$ 월을 중심으로 알려지지 않은 실제 계절지수 사이의 1년간 표본분산이고 이에 관한 자세한 추정방법은 별첨 < 참고 1 >에 정리되어 있다.

$\hat{V}$ 은 시계열의 불규칙 정도,  $\hat{A}_m$ 은 계절간의 변동폭을 의미하는데 식 (2)에서 보듯이  $\hat{V} \gg \hat{A}_m$  일수록  $W_m^{JS}$ 는 커진다. 즉 시계열의 불규칙 정도가 계절간의 변동성을 지배할 때 감폭의 효과는 크게 된다. 또한 식 (2)에서 계절성이 매년 동일할 때 동일한 감폭의 정도가 모든 계절지수에 적용되는데

이러한 이유로 JS형 감폭 계절지수를 대역적(Global) 감폭 계절지수라고도 한다.

한편 가법형 모형의 경우는 위의 식(1)에서 1.0이 0.0으로 대치되는데 이는 감폭 후 계절지수의 평균이 감폭 전과 동일하게(승법형의 경우 1, 가법형의 경우 0) 유지되도록 하기 위함이다.

### 3. Lemon-Krutchkoff형 계절지수

Lemon-Krutchkoff(1969)의 축소추정통계량으로부터 고안해 낸 Lemon-Krutchkoff형(이후 LK형) 감폭 계절지수는 다음과 같이  $m$ 월을 중심으로 X-12-ARIMA 계절지수의 1년간 가중평균의 형태로 정의된다.

$$S_m^{LK} = \sum_{k=-6}^5 W_{m+k} S_{m+k} \quad (3)$$

예를 들어 2004년 7월의 LK형 감폭 계절지수는 2004년 1월부터 12월까지의 X-12-ARIMA 계절지수의 가중평균이 된다. 또한 가중치  $W_{m+k}$ 는 다시 사전가중치  $W_{m+k}^*$ 에 의해 결정<sup>2)</sup>되며 사전가중치는 다음과 같이 정의된다.

$$W_{m+k}^* = \frac{L_{m+k}}{\sum_{i=-6}^5 L_{m+i}} \quad (4)$$

여기서  $L_{m+k}$ 는  $S_m$  지점에서 평균이  $S_{m+k}$ 이고 분산이 식 (2)에서 언급된 계절지수의 분산  $V$ 인 정규분포의 우도함수(likelihood function)로서 다음과 같이 표현된다.

2) 연도 수가  $J$ 인 시계열에서  $W_{m+k}$ 는 매년  $m$ 월에 해당하는 사전가중치  $W_{m+k}^*$ 의  $J$ 년 평균

으로서  $W_{m+k} = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} W_{m+k+12j}^*$  임

$$L_{m+k,m} = \frac{1}{\sqrt{2\pi V}} \exp \left[ -1/2 \frac{(S_m - S_{m+k})^2}{V} \right] \quad (5)$$

식 (5)를 살펴보면  $S_{m+k}$ 가  $S_m$ 에 가까울수록 우도함수가 커지므로 2004년 7월의 LK형 감폭 계절지수는 2004년 7월의 X-12-ARIMA 계절지수에 가장 큰 가중치를 부여하며 2004년 7월의 X-12-ARIMA 계절지수의 값과 근사한 계절지수를 가진 시점일수록 높은 가중치를 부여하게 된다. 따라서 연중에 계절지수의 크기가 비슷한 몇몇 시점이 존재할 때 감폭의 효과를 가질 수 있게 된다. 또한 각각의 감폭 계절지수는 유일한 가중치를 부여받게 되므로 이러한 맥락에서 LK형 감폭 계절지수를 국소적(Local) 감폭 계절지수라고도 한다.

Miller and Williams(2004)는 시뮬레이션을 통하여 다양한 형태의 시계열<sup>3)</sup>을 산출한 후 이에 대해 X-12-ARIMA 계절지수, JS형, LK형 감폭 계절지수를 각각 적용하여 계절지수 추정치의 정확성 정도를 MSE(Mean Squared Error)<sup>4)</sup>로서 비교하였다. 그 결과 대부분의 경우에서 감폭 계절지수가 X-12-ARIMA 계절지수보다 낮은 MSE값을 나타내었으며 대체로 LK형 감폭 계절지수가 JS형 감폭 계절지수보다 추정오차가 더 작음을 보여 주었다. 특히 JS형 감폭 계절지수의 가중치인  $W^{JS}$ 가 0.4 미만일때와 계절지수의 패턴이 비대칭적일때(예를 들어 12개월 중 3개월의 계절지수는 1보다 크고 나머지 9개월은 1보다 작을 경우) LK형 감폭 계절지수가 JS형 감폭

3) Miller and Williams는 다양한 불규칙변동, 추세존재여부, 계절지수의 조합에 따른 총 90종의 8년간 월별 시계열을 산출하여 추정오차를 비교하였음

4) MSE는 시계열 자료를 산출하기 위해 시뮬레이션에서 사용된 계절지수와 X-12-ARIMA 또는 감폭 계절지수를 통해 추정된 계절지수와의 차이의 제곱의 평균임. 즉 MSE가 작을수록 해당 추정기법이 보다 정확한 계절지수를 추정하는 것을 의미

---

계절지수보다 추정의 정확성 측면에서 뛰어나다는 결과를 보여주었다.

또한 1,428개의 실제 시계열에 대해서 표본외 MAPE<sup>5)</sup>(절대 퍼센트 평균 예측오차 : Mean Absolute Percentage Error)를 이용하여 X-12-ARIMA, JS형, LK형 감폭계절지수가 예측능력에 미치는 영향을 살펴보았다. 그 결과 JS형 감폭 계절지수는 X-12-ARIMA 계절지수에 비해 2.0% 정도까지 예측오차를 줄였으며 LK형 감폭 계절지수는 이보다 더 큰 4.9%까지 예측오차를 줄이는 효과를 보여주었다.

한편, Findley, Wills and Monsell(2004)은 LK형 감폭 계절지수가 계절지수의 변동폭을 축소시킴으로써 계절변동조정계열의 안정성을 향상시키는 이점이 있는 반면 과대 평활화(Over smoothing)로 인해 계절변동조정계열 또는 불규칙변동에 계절성이 잔존할 위험성이 있다는 점을 지적하였다. 따라서 LK형 감폭 계절지수를 이용한 계절변동조정작업시에는 스펙트럼 분석 등의 방법을 통해 계절변동조정계열과 불규칙변동의 계절성 잔존여부를 확인할 필요가 있다.

또한 Ladiray and Quenneville(2004)은 뚜렷한 계절성이 존재하고 불규칙변동이 거의 없는 시계열에 대해서는 이들 감폭 계절지수의 효과가 미미하다고 주장하였다.

---

5) 표본외 MAPE는 시계열 중 최근 일부 기간을 예측력 평가를 위해 별도로 제외하고 나머지 자료에 대해 예측모형을 설정하여 예측한 후 평가기간동안의 실제 관측된 값과 예측치와의 차이에 대한 상대오차의 절대값의 평균이며 이에 관한 자세한 설명은 III장의 예측오차 비교에서 설명

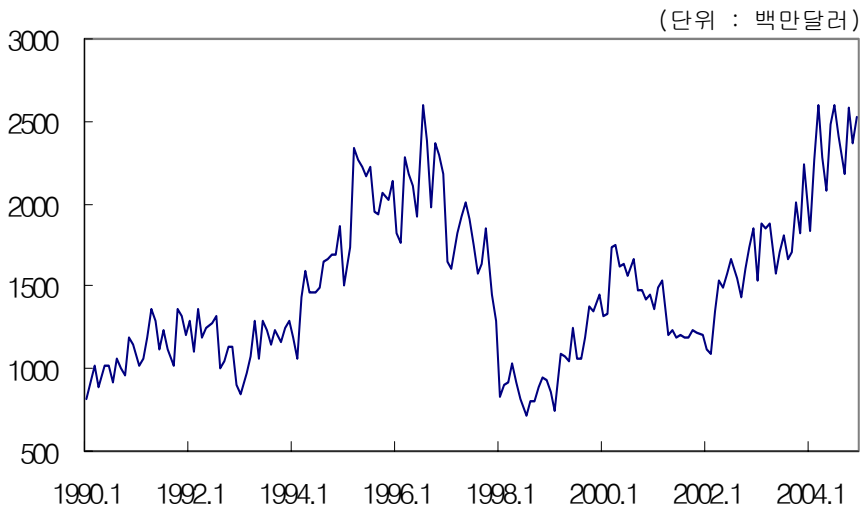
### III. 사례 분석

#### 1. 계절지수 비교

X-12-ARIMA 계절지수와 II장에서 언급된 두 종류의 감폭 계절지수(JS형과 LK형)를 비교해 보기 위해 월별 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액을 사례로 적용해 본다. 분석대상기간은 1990년 1월부터 2004년 12월까지이며 시계열 도표를 살펴볼 때 상당한 불규칙변동이 존재함을 볼 수 있다.

<그림 1>

**자본재(기계류와 정밀기기) 수입액 시계열 도표**  
(1990년 1월 ~ 2004년 12월)



계절성 존재여부 검정<sup>6)</sup>결과 식별가능한 계절성이 발견되어 해당 시계열을 X-12-ARIMA를 통해 계절변동조정을 실시하였는데 이때 요일변동효과,

6) 계절성 존재여부에 관한 검정은 X-12-ARIMA에서 제공하는 안정적 계절성과 이동계절성 검정에 근거한 통합계절성 검정결과를 이용

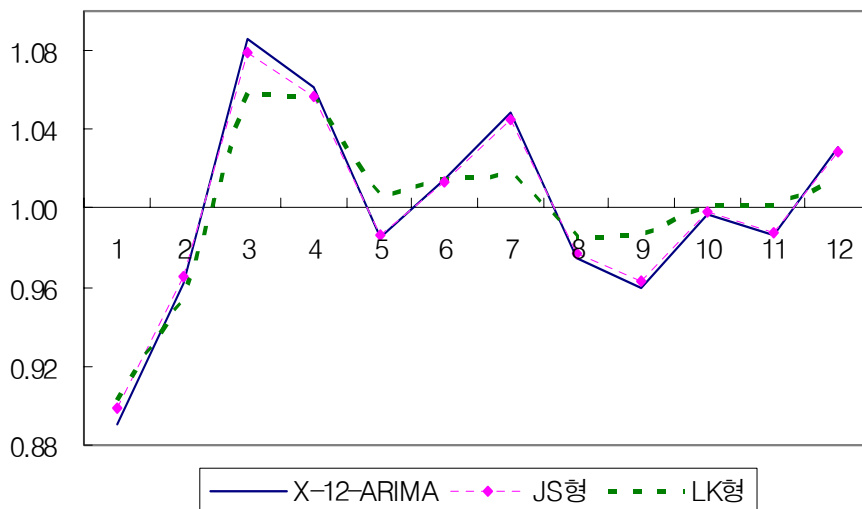


공휴일효과가 유의하였으므로 이를 사전조정에 반영하였다. 그 다음 X-12-ARIMA 계절지수로부터 JS형과 LK형 감폭 계절지수를 산출하였는데 여기서는 Miller and Williams(2004)가 개발한 Excel Macro 프로그램<sup>7)</sup>을 이용하였다.

2004년의 월별 계절지수를 비교해 볼 때 JS형 감폭 계절지수는 X-12-ARIMA와 큰 차이를 보이지 않는 반면 LK형 감폭 계절지수는 평균 1을 중심으로 변동폭이 감소하는 것을 볼 수 있다. 실제로 LK형 감폭 계절지수의 1년간 표준편차는 0.042로서 X-12-ARIMA(0.053), JS형 감폭 계절지수(0.049)에 비해 변동폭이 작은 것을 알 수 있다.

<그림 2>

**X-12-ARIMA와 감폭 계절지수의 비교**  
(2004년 1월 ~ 12월)



Findley, Wills and Monsell(2004)이 지적한 바와 같이 LK형 감폭 계절지

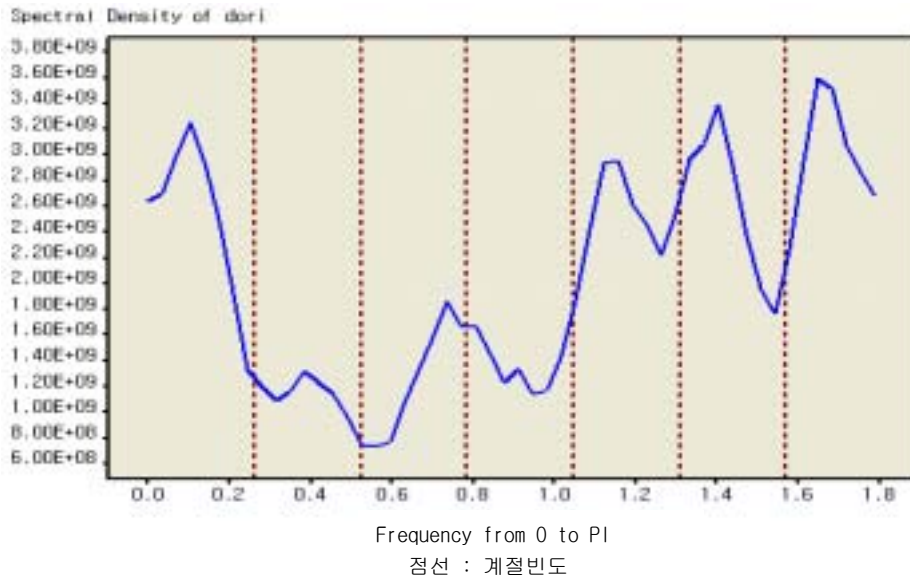
7) 본 프로그램은 <http://www-marketing.wharton.edu/forecast/software.html>에서 받을 수 있으며 사용자들이 Excel spreadsheet를 이용하여 손쉽게 JS형, LK형 감폭 계절지수를 구할 수 있는 이점이 있다. 그러나 프로그램이 8년 미만의 월별 시계열 자료에 국한되어 개발되었으므로 8년 이상 또는 분기자료에 관하여는 프로그램의 수정이 요구된다.

수는 과대 평활화로 인해 잔여계절성을 유발시킬 수 있으므로 LK형 감폭 계절지수를 이용한 계절변동조정계열의 스펙트럼(1차 차분 후)을 살펴보았다. 그 결과 계절빈도에서 고점(peak)이 발생하지 않으므로 LK형 감폭 계절지수를 이용한 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액의 계절변동조정계열은 계절성이 적절하게 제거되었음을 알 수 있다.

<그림 3>

**LK형 감폭 계절변동조정계열의 스펙트럼**

(1차 차분 후)



**2. 예측오차 비교**

감폭 계절지수와 X-12-ARIMA 계절지수의 예측력을 다음과 같은 단계를 통해 비교한다.

- ① 1990년 1월부터 2003년 12월까지의 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액을 X-12-ARIMA를 통해 계절변동조정을 실시한다.

- 
- ② 계절변동조정을 통해 산출된 X-12-ARIMA 계절지수로부터 JS형, LK형 감폭 계절지수와 계절변동조정계열을 각각 구한다.
  - ③ 단계 ②에서 산출한 세 종류의 계절변동조정계열에 대해 각각 MAPE<sup>8)</sup> (Mean Absolute Percentage Error)를 최소로 하는 예측모형을 선택하여 2004년 1월부터 12월까지의 자료를 예측한다.
  - ④ 위에서 산출한 계절변동조정계열의 예측치에 2003년도 월별 계절지수 추정치를 각각 적용하여 최종적인 원계열의 예측치를 산출한다. 이때 2004년도 요일변동효과와 공휴일효과도 추가적으로 적용한다.
  - ⑤ 2004년 1월부터 12월까지의 실제 자료와 ④에서 산출한 최종 예측치와의 차이를 MAPE를 사용하여 비교한다.

위 단계 중 ③에서 계절변동조정계열에 대한 예측모형은 SAS/ETS 소프트웨어의 자동 예측 시스템(Automatic Forecasting System)을 통해 자동적으로 선택되었으며 그 결과 세 종류의 계절변동조정계열에 대해 모두 로그 감폭 추세 지수 평활모형(log damped trend exponential smoothing)이 적용되었다.

또한 계절변동조정계열을 통한 예측결과와 계절 RegARIMA모형을 통하여 원계열을 직접 예측한 결과와도 비교하였다. 이때 X-12-ARIMA에서 자동적으로 선택된 계절 RegARIMA 모형의 형태는 요일변동효과, 공휴일효과, 계절더미변수를 고려한 ARIMA (2 1 2)모형<sup>9)</sup>이다.

---

8) 예측오차의 정도를 나타내는 지표로서 t시점의 실제치를  $X_t$ , 예측치를  $F_t$ 라고 할 때

$$\left| \frac{X_t - F_t}{X_t} \right| \text{의 평균값을 백분율로 표시}$$

9) 자동적으로 선택된 계절 RegARIMA 모형은 요일변동효과, 공휴일효과를 고려한 (2 1 2)(0 1 1)<sub>12</sub>이었지만 계절과차분(Seasonal Overdifferencing)의 발생으로 인해 계절더미변수를 추가한 (2 1 2) 모형을 고려

초단기예측오차를 측정하기 위해 1개월, 1~3개월 전방예측오차의 평균인 MAPE(1), MAPE(3)를 비교하였으며 단기예측오차의 정도를 측정하기 위해 1~6개월, 1~12개월 전방예측오차의 평균인 MAPE(6), MAPE(12)를 비교하였다. 2004년 1월부터 12월까지의 예측치는 별첨 < 참고 2 >에 수록하였다.

예측오차를 비교해 볼 때 계절 RegARIMA를 이용하여 원계열을 직접적으로 예측한 경우와 X-12-ARIMA 계절지수를 이용한 경우는 큰 차이가 없었다. 반면 감폭 계절지수는 초단기예측오차를 감소시켰으며 특히 LK형 감폭 계절지수는 초단기예측 뿐만 아니라 단기예측에 있어서도 큰 효과를 보이는 것을 발견할 수 있다.

< 표 1 >

예측오차의 비교

계절지수	MAPE(1)	MAPE(3)	MAPE(6)	MAPE(12)
계절 RegARIMA	5.97	10.07	6.16	6.99
X-12-ARIMA 계절지수	5.95	9.43	6.56	6.45
JS형 감폭 계절지수	4.92	8.88	6.16	6.00
LK형 감폭 계절지수	3.48	8.21	4.86	4.55

---

## IV. 맺음말

계절변동조정계열을 이용한 시계열 예측에서는 계절지수의 정확한 추정이 중요하다. 그러나 많은 경제시계열에서 심각한 불규칙변동의 존재로 인해 신뢰도가 높은 계절지수의 추정이 어렵다는 주장이 제기되어 왔다. 이러한 점을 보완하기 위해 축소추정기법을 이용하여 기존 X-12-ARIMA에서 산출되는 계절지수의 변동폭을 감소시키는 James-Stein형, Lemon-Krutchkoff형 감폭 계절지수가 개발되었다.

감폭 효과는 뚜렷한 계절성이 존재하기보다는 불규칙변동이 심한 시계열에서 크며 이때 유의할 점은 LK형 감폭 계절지수는 과대 평활화 문제를 유발시킬 수 있으므로 계절변동조정계열을 활용하고자 한다면 반드시 잔여계절성 존재여부를 확인해야 한다는 것이다.

감폭 계절지수의 예측력을 살펴보기 위해 우리나라의 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액을 적용해 본 결과 두 감폭 계절지수 모두 초단기예측능력이 뛰어나며 LK형 감폭 계절지수의 경우에는 단기 예측능력 또한 뛰어난 것을 보여주었다. 즉 감폭 계절지수의 도입은 불규칙변동이 심한 시계열에서 단기예측능력을 향상시킬 수 있는 가능성을 제시해 준다.

향후 연구과제로서는 다음의 두 가지를 고려할 수 있다. 첫 번째는 우리나라에서 편제되고 있는 많은 월별 또는 분기별 경제지표들 중 불규칙변동이 심한 시계열에 대해 JS형 또는 LK형 감폭 계절지수를 적용함으로써 보다 정밀도 높은 단기예측모형을 개발하는 것이다. 두 번째로는 현재 유럽 국가를 중심으로 널리 사용되고 있는 TRAMO-SEATS에서 산출된 계절지수를 근거로 한 감폭 계절지수를 개발하는 것이다.

<경제통계국 통계개발팀 김현정 과장>

< 참고문헌 >

Armstrong, J. S., "Long-range Forecasting", New York: Wiley, 1978.

Findley, D. F., Monsell, B. C., Bell, W. R., Otto, M. C. and Chen, B., "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program", *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, pp.127~177.

Findley, D. F., Wills, K. C. and Monsell, B. C., "Seasonal Adjustment Perspectives on Damping Seasonal Factors: Shrinkage Estimators for the X-12-ARIMA Program", *International Journal of Forecasting*, 20, 2004, pp.551~556.

Gardner, E. S. and Mckenzie, Ed., "Forecasting Trends in Time Series", *Management Science*, Vol. 31, No. 10, 1985, pp.1237~1246.

James, W. and Stein, C., "Estimation with quadratic loss", Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on mathematical statistics and probability, Vol. 1, Berkeley, CA: University of California Press, 1961, pp.361~379.

Ladiray, D. and Quenneville, B., "Seasonal Adjustment with the X-11 Method", New York: Springer-Verlag, 2001.

---

Ladiray, D. and Quenneville, B., "Implementation Issues on Shrinkage Estimators for Seasonal Factors within X-11 Seasonal Adjustment Method", *International Journal of Forecasting*, 20, 2004, pp.557~560.

Lemon, G. H. and Krutchkoff, R. G., "Smooth Empirical Bayes Estimators: With Results for the Binomial and Normal Situations". *Proceedings of the Symposium on Empirical Bayes Estimation and Computing in Statistics*, Vol. 6, 1969, pp.110~140.

Miller, D. M. and Williams, D., "Shrinkage Estimators of Time Series Seasonal Factors and Their Effect on Forecasting Accuracy", *International Journal of Forecasting*, 19, 2003, pp.669~684.

Miller, D. M. and Williams, D., "Damping Seasonal Factors: Shrinkage Estimators for the X-12-ARIMA program", *International Journal of Forecasting*, 20, 2004, pp.529~549.

SAS Institute Inc, "Forecasting Examples for Business and Economics Using the SAS<sup>®</sup> System", 1996.

## < 참고 1 > JS형 감폭 계절지수의 가중치 추정방법

JS형 감폭 계절지수의 가중치  $W_m^{JS}$ 는 식 (2)에서와 같이 X-12-ARIMA 계절지수의 전체 표본분산  $\hat{V}$ 과  $m$ 월을 중심으로 실제 계절지수의 1년간 표본분산인  $\hat{A}_m$ 을 이용하여 산출된다.

X-12-ARIMA에서 계절지수는 SI비율의 계절이동평균으로 산출된다. 예를 들어 모든 월에 3×5 계절필터가 적용되면 계절지수  $S_t$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$S_t = \frac{1}{15}(SI_{t-36} + SI_{t+36}) + \frac{2}{15}(SI_{t-24} + SI_{t+24}) + \frac{3}{15}(SI_{t-12} + SI_t + SI_{t+12}) \quad (6)$$

계산의 편이를 위해 SI비율이 서로 독립이고 분산이  $Var(SI)$ 로서 모든 시점에서 동일하다고 가정<sup>10)</sup>한다면 계절지수의 분산  $V$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$V = Var(S_t) = \left[ \left( \frac{1}{15} \right)^2 \times 2 + \left( \frac{2}{15} \right)^2 \times 2 + \left( \frac{3}{15} \right)^2 \times 3 \right] \times Var(SI) \quad (7)$$

계절지수의 전체 표본분산  $\hat{V}$ 은 식 (7)에 SI의 표본분산  $\widehat{Var}(SI)$ 를 적용한 것이며 연도 수가  $J$ 년인 자료에 대해 SI비율의 표본분산은 다음과

10) SI비율은 그 계산과정을 살펴볼 때 독립성과 등분산성의 가정이 위배될 수 있지만 Miller and Williams(2004)는 시뮬레이션을 통해 이러한 가정의 위배가 감폭 계절지수 추정치에 대한 신뢰도와 예측능력에 심각한 영향을 미치지 않는다는 것을 보여준다.



같이 추정된다.

$$\widehat{Var}(SI) = \frac{1}{12(J-1)} \sum_{k=1}^{12} \sum_{j=1}^J (SI_{j,k} - S_{j,k})^2 \quad (8)$$

다음으로 알려지지 않은 t 시점에서의 실제 계절지수를  $S_t^{tr}$  라고 할 때 m 월을 중심으로 실제 계절지수의 1년간 분산  $A_m$  은 다음과 같이 정의된다.

$$A_m = \frac{\sum_{i=1}^{12} (S_{m+i-7}^{tr} - 1)^2}{12-1} \quad (9)$$

여기서 처리수준이 12(분기인 경우 4)인 일원분산분석의 개념을 도입하면 다음과 같은 등식이 성립된다.

$$E \left[ \frac{\sum_{i=1}^{12} (S_{m+i-7}^{tr} - 1)^2}{12-1} \right] = V + A_m \quad (10)$$

식 (9)로부터 실제 계절지수의 1년간 표분분산  $\hat{A}_m$  은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{A}_m = \max \left( \frac{\sum_{i=1}^{12} (S_{m+i-7}^{tr} - 1)^2}{12-1} - \hat{V}, 0 \right) \quad (11)$$

이러한 방식으로 추정한  $W_m^{JS}$  를 다시 36개월 중심이동화평균하여 JS형 감폭 계절지수의 가중치를 결정한다.

< 참고 2 > 자본재(기계류와 정밀기기) 통관수입액의 예측치 비교

(단위 : 백만달러)

	실제치	계절 RegARIMA	X-12-ARIMA 계절지수	JS형 감폭 계절지수	LK형 감폭 계절지수
2004. 1	1,833	1,723	1,724	1,743	1,769
2	2,266	1,937	1,951	1,968	1,977
3	2,597	2,345	2,378	2,374	2,378
4	2,288	2,242	2,265	2,263	2,301
5	2,086	2,092	2,010	2,019	2,094
6	2,478	2,369	2,319	2,329	2,390
7	2,595	2,289	2,347	2,352	2,347
8	2,409	2,162	2,174	2,189	2,263
9	2,187	2,023	2,021	2,038	2,145
10	2,583	2,357	2,353	2,367	2,452
11	2,373	2,320	2,336	2,350	2,428
12	2,530	2,369	2,512	2,519	2,518