

# 상태공간모형을 이용한 월별 GDP 추정\*

글로벌 금융위기를 겪으면서 월별 GDP와 같이 속보성 있는 거시경제통계 작성에 대한 관심이 고조되고 있다. 월별 GDP는 월 기초자료가 충분치 않은 경우에 계량모형에 의해 간접적으로 추정하는 방식이 주로 이용되고 있다. 월별 GDP 추정에는 시간분해기법이라는 계량모형이 주로 이용되고 있으며 다양한 형태의 시간분해기법들이 개발되어 왔다.

본고에서는 상태공간모형을 이용한 시간분해기법을 소개하고 우리나라의 월별 GDP를 시산해 보았다. 동 방법은 다양한 시간분해기법을 하나의 상태공간모형 안에서 평가할 수 있어 최적모형을 도출해 내는 데 유용하다. 시산결과 월별 GDP는 우리나라 경기의 상승·하락 등을 잘 나타내고 있어 전체적인 경제상황을 신속하게 파악하는 데 유용한 것으로 판단된다.

## I. 머리말

## II. 여러 가지 시간분해 기법

1. 월별 참고지표가 있는 경우
2. 월별 참고지표가 없는 경우

## III. 상태공간모형을 이용한 시간분해

1. 월별 상태공간모형
2. 누적변수에 의한 상태공간모형

## 3. 상태공간모형의 추정

## 4. 로그변환된 자료의 시간분해

## IV. 우리나라 월별 GDP의 시산

1. 시산방법
2. 시산결과

## V. 맺음말

\* 본고는 경제통계국 국민계정실 국민소득총괄팀 강창구 과장이 집필하였음. 본고의 내용은 집필자의 개인 의견으로서 한국은행의 공식견해를 나타내는 것은 아님.

---

## I. 머리말

최근 들어 경기흐름을 조기에 진단하여 선제적인 경제정책을 집행하기 위해 속보성 높은 통계에 대한 요구가 점차 확대되고 있다. 특히 글로벌 금융위기를 겪으면서 월별 GDP와 같이 속보성 있는 거시경제통계를 작성할 필요성이 크다는 점이 강조되고 있다. 2009년 OECD 통계위원회<sup>1)</sup>에서는 금융위기 등에 대처하기 위해 월별 GDP와 같은 통계를 창의적이고 혁신적인 방법으로 작성할 필요가 있음을 강조하였다.

우리나라에서는 해당 분기 종료 후 28일 이내에 분기 GDP 속보치<sup>2)</sup>를 공표하고 있다. 하지만 GDP 통계는 월별로 작성되는 주요 경제지표와는 달리 분기 기준으로만 작성되고 있어 경기를 신속히 판단하는 데는 한계가 있다. 통계청에서는 매월 생산, 소비, 투자동향 및 이를 종합한 경기종합지수를 작성하고 있으나 경기종합지수도 구성지표 선택에 따라 결과가 달라지는 등의 한계점을 가지고 있는 것이 사실이다. 따라서 종합적인 경제상황을 대표하는 GDP 통계가 월별로도 작성된다면 경제정책의 수립·집행에 매우 유용한 지표가 될 것이다.

현재 월별 GDP는 미국, 캐나다, 영국, 일본, 스웨덴, 핀란드, 페루, 칠레 등 일부 국가에서만 작성되고 있다. 이들 국가들 중에서 캐나다, 스웨덴, 핀란드, 페루, 칠레는 통계청 및 중앙은행 등

---

1) 매년 OECD 회원국 통계기관장(통계청장) 및 IMF, World Bank, UN, BIS, WTO, ILO 등 국제기구 통계조직 책임자, 주요국 국민계정 편제조직 책임자 등이 참석하여 국가 주요통계에 관한 중요사항을 논의하는 회의

2) 주요국의 분기 국내총생산 최초 공표시기를 분기종료 후 빠른 순으로 보면 영국(28일경), 미국(30일경), 독일(43일경), 프랑스(43일경), 일본(45일경), 캐나다(60일경) 등의 순서임

GDP 공식 편제기관이 월별 GDP를 작성하며 나머지 국가는 경제 연구소 등 별도기관에서 작성하고 있다. 캐나다는 약 240개 하위 산업에서 월 기초자료를 이용하여 매우 상세한 수준의 월별 GDP를 직접추계하고 있으며 핀란드, 미국은 각각 3개, 15개 하위항목에서 해당 기초자료를 이용하여 월별 GDP를 산출하고 있다. 한편 영국, 일본, 스웨덴에서는 계량모형에 의한 간접적인 추정방법을 채택하고 있다. 이는 월별 GDP를 추계하는 데 필요한 기초자료를 적시에 확보하기 어려울 뿐만 아니라 이용가능한 자료의 수도 제한되어 있기 때문이다.

월별 GDP를 간접적으로 추정하는 나라 가운데 스웨덴과 영국의 월별 GDP 작성 사례를 구체적으로 살펴보자. 먼저 스웨덴 통계청에서는 월별 GDP에 해당하는 AI(Activity Index)를 1998년부터 작성하여 공표하고 있다. AI는 분기 GDP에 설명력이 높은

<표 1>

**월별 GDP 작성 국가 현황<sup>1)</sup>**

국 가	작성기관	공표시기 (월종료후)	공표수준	작성방법
미 국	MA <sup>2)</sup>	45일경	GDP	직접추계
캐 나 다	통계청	60일경	GDP 및 20개 산업	직접추계
핀 란 드	통계청	65일경	GDP 및 3개 산업	직접추계
영 국	NIESR <sup>3)</sup>	10일경	GDP 및 5개 산업	간접추정
일 본	JCER <sup>4)</sup>	30일경	GDP	간접추정
스 웨 덴	통계청	50일경	GDP	간접추정

- 주 : 1) 페루, 칠레는 충분한 정보가 제공되지 않아 자세한 설명은 생략  
 2) Macroeconomic Advisers, 1982년 설립된 경제전망 및 분석 등을 주업무로 하는 민간경제컨설팅업체  
 3) National Institute of Economic and Social Research, 1938년 설립된 경제, 교육, 고용 관련 연구목적의 국립경제사회연구소  
 4) Japan Center for Economic Research, 1963년 설립된 재정, 금융, 경제, 산업, 경영 관련 조사연구 목적의 비영리 민간연구기관

---

산업생산지수, 공공부문 근로시간, 도소매판매액, 상품수출, 상품수입 등 5개 분기 변수를 설명변수로, 분기 GDP를 종속변수로 한 다중회귀모형을 적합하고 월별 GDP는 월별 자료에 의한 회귀모형에 분기모형의 회귀계수 추정치를 대입하여 산출한다. 스웨덴 통계청은 AI가 작성 방식이 간편하다는 장점이 있지만 통계 품질이 떨어진다는 이유로 AI작성을 중단하고 새로운 방식의 월별 GDP 개발을 검토하고 있다.

영국 국립경제사회연구소(National Institute of Economic and Social Research; 이하 NIESR)에서는 1998년 4월부터 월별 GDP를 작성<sup>3)</sup>하여 발표하고 있다. NIESR는 월 종료후 10일 이내에 매우 신속하게 작성하고 있는 것이 특징이다. 최근월의 참고지표가 입수되기 전에 시계열모형에 의한 예측치를 이용하여 월 종료후 10일 이내에 직전월 GDP를 추정하여 속도성을 확보하고 있다. NIESR의 월별 GDP는 기초통계 여건을 감안하여 농림어업, 광공업, 건설업, 서비스업, 정부부문 등 5개 부문에서 월별 부가가치를 추정한 후 이를 합산하여 산출된다. 광공업은 생산지수 증가율을 그대로 이용하는 직접 추계 방식을 이용하며, 서비스업은 도소매 판매액, 제조업부가가치를 설명변수로 한 다중회귀모형에 의해 추정하고 있다. 농림어업, 정부부문은 이용가능한 월 참고지표가 없어 분기 GDP로부터 내삽기법(interpolation)에 의해 월별 GDP를 직접 추정<sup>4)</sup>한다. NIESR의 월별 GDP는 속도성이 우수할 뿐만 아니라 영국 통계청에서 작성하는 분기 GDP와의 차이도 작아 신뢰

---

3) 자세한 NIESR의 월별 GDP 추정방법은 <http://www.niesr.ac.uk/gdp/GDPestimates.php> 참조

4) 내삽기법에 대한 자세한 내용은 Mitchell 외(2005) 참조

성도 우수한 것으로 평가<sup>5)</sup>받고 있다.

우리나라의 월별 GDP에 대한 연구로 김기호(2006)는 산업생산 지수, 도소매판매액지수를 각각 설명변수로 한 비관측인자 오차수정모형으로 월별 GDP를 추정하였다. 이공희(2008)는 산업생산지수, 도소매판매액지수, 비농림어업 취업자수를 설명변수로 하는 회귀모형에 의해 월별 GDP를 추정한 후 Chow-Lin방식에 의해 분기 GDP와 일치시키는 벤치마킹<sup>6)</sup> 방법을 이용하였다. 이들 연구에서는 소수의 월별 참고지표만을 이용하여 월별 GDP를 추정하였으며 분기 GDP가 발표되기 이전에 해당 분기 내 월별 GDP를 추정하는 방법에 대해서는 언급하지 않았다.

계량모형에 의한 월별 GDP 추정은 시간분해(temporal disaggregation)기법이 주로 활용되고 있다. 시간분해는 보다 신뢰성 있는 자료를 이용하여 작성된 저빈도(low-frequency)자료를 벤치마크하여 고빈도(high-frequency)자료를 계량모형에 의해 산출하는 방법이다. 시간분해방법으로 Chow-Lin모형, Fernandez모형, Litterman모형 등이 주로 이용되어 왔으며 최근에는 자기시차분포(Autoregressive Distributed Lag ; 이하 ADL)모형과 같은 동태(dynamic)모형에 의한 시간분해 방법 및 상태공간모형에 의한 칼만필터링 추정 방법 등으로 확대되고 있다. 특히 시간분해 모형의 상태공간모형 표현은 다양한 기법들을 하나의 공통 틀 안에서 평가할 수 있어 최적모형을 도출해 내는 데 유용하다.

5) Mitchell(2009)은 모의실험 결과에서 NIESR의 월별 GDP 추정 모형과 여타 계량모형의 추정 모형을 비교해 본 결과 NIESR의 추정모형이 가장 우수하였음을 보임

6) 분기계열과 같은 저빈도자료와 월계열과 같은 고빈도자료간의 움직임이 다르게 나타날 때 두 통계가 서로 일관성을 유지할 수 있도록 통계적 기법에 의해 조정하는 과정임

---

본고에서는 상태공간모형을 이용한 시간분해 기법을 소개하고 동 방식을 이용하여 우리나라의 월별 GDP를 시산해 보았다. 본고에서 제시하는 월별 GDP 추정은 16개 산업별로 각각 관련 월별 지표를 이용한 모형을 설정하였다. 이를 통해 부문별 추정치를 합산<sup>7)</sup>하는 과정에서 연쇄효과가 일부 반영되도록 하였다. 월별 GDP 실적치가 없는 현실적 한계에서 추정치의 정확성을 평가하기 위해 분기 GDP가 발표되기 이전에 해당 분기 내 월별 GDP를 추정하여 분기 GDP 실적치와 비교하여 추정력을 평가해 보았다.

본고의 구성은 다음과 같다. II장에서는 기존에 널리 연구되었던 다양한 시간분해 기법을 소개하였으며, III장에서 최근 이론적 및 실증적으로 우수한 것으로 알려진 상태공간모형에 대한 시간분해 기법을 살펴보았다. IV장의 실증분석에서는 우리나라의 월별 GDP를 추정하고 동 결과를 평가하였다.

## II. 여러 가지 시간분해 기법

월별 GDP 추정을 위한 시간분해 기법은 이용가능한 월 참고 지표의 존재 여부에 따라 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 월별 참고지표가 존재하는 경우에는 동 지표의 움직임을 최대한 따르면서 분기 GDP를 월별로 배분하는 Chow-Lin(1971), Fernandez(1981), Litterman(1983) 등 모형기반 최량추정법(model based optimal method)이 이용된다. 한편 월별 참고지표가 존재하지 않는 경우에는 월별

---

7) 연쇄금액의 합산은 각각의 연쇄금액을 전년도가격자료로 변환한 후 합산하여 재연쇄화하는 과정을 거침

GDP의 움직임이 가능한 한 평활화되도록 분기 GDP를 배분하는 BFL(Boot, Feibes and Lisman, 1967), Denton(1971) 등 평활화(smoothing) 방법이 이용된다.

## 1. 월별 참고지표가 있는 경우

### 가. 정태 시간분해 모형

월별 참고지표가 존재하는 경우에는 월별 참고지표 벡터  $\mathbf{x}^M$ 를 설명변수로, 월별 GDP를 종속변수 벡터  $\mathbf{y}^M$ 로 하는 단순선형회귀모형을 기반으로 한 정태(static) 시간분해 모형이 주로 사용되어 왔다.

$$\text{월별모형식 : } \mathbf{y}^M = \mathbf{x}^M\beta + \mathbf{u}^M \quad (1)$$

여기서 교란항  $\mathbf{u}^M$ 는  $E(\mathbf{u}^M|\mathbf{x}^M) = 0$ ,  $E(\mathbf{u}^M\mathbf{u}^M|\mathbf{x}^M) = \mathbf{V}^M$ 을 만족하는 벡터이다. 식(1)의 월별모형식은 월별 GDP  $\mathbf{y}^M$ 는 비관측 변수로 모수 추정이 불가능하므로 관측변수인 분기 GDP  $\mathbf{y}^Q$ 에 의한 다음의 분기모형식으로 변환한다.

$$\text{분기모형식 : } \mathbf{y}^Q = \mathbf{x}^Q\beta + \mathbf{u}^Q \quad (2)$$

여기서 교란항  $\mathbf{u}^Q$ 는  $\mathbf{u}^Q = \mathbf{C}\mathbf{u}^M$ ,  $E(\mathbf{u}^Q|\mathbf{x}^Q) = 0$ ,  $E(\mathbf{u}^Q\mathbf{u}^Q|\mathbf{x}^Q) = \mathbf{V}^Q$ 을 가정하며 분기 시계열  $\mathbf{y}^Q$ ,  $\mathbf{x}^Q$ 는 월 계열  $\mathbf{y}^M$ ,  $\mathbf{x}^M$ 에 제약조건 행렬<sup>8)</sup>  $\mathbf{C}$ 를 곱하여 계산된다.

8) 분고에서는 제약행렬은 월 변수가 금액일 경우를 가정하여 분기 변수가 월 변수의 분기합으로 나타나는 경우의 월 및 분기 변수간 관계를 나타냄

제약조건 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}^Q &= \mathbf{C}\mathbf{y}^M \\
 \mathbf{x}^Q &= \mathbf{C}\mathbf{x}^M \\
 \mathbf{V}^Q &= \mathbf{C}\mathbf{V}^M\mathbf{C}' \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Chow-Lin(1971)은 교란항  $\mathbf{u}^M$ 을 AR(1)과정, Fernandez(1981)는 확률보행과정, Litterman(1983)은 확률보행 마코프과정으로 각각 가정하였다.

일반최소자승법(GLS; Generalized Least Square)에 의한 모수  $\beta$ 와 월별 GDP  $\mathbf{y}^M$ 의 추정량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta} &= [\mathbf{x}^M(\mathbf{C}\mathbf{V}^M\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{x}^M]^{-1}\mathbf{x}^Q(\mathbf{C}\mathbf{V}^M\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{y}^Q \\
 \hat{\mathbf{y}}^M &= \mathbf{x}^M\hat{\beta} + \mathbf{V}^M\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{V}^M\mathbf{C}')^{-1}(\mathbf{y}^Q - \mathbf{x}^Q\hat{\beta})
 \end{aligned} \tag{4}$$

#### 나. 동태 시간분해 모형

Santos-Silva-Cardoso(2001)는 대표적인 시간분해 모형인 Chow-Lin 모형을 동태(dynamic)모형으로 전환한 동태 Chow-Lin모형을 개발하였으며, 실증분석 결과 동태모형이 정태모형에 비해 변동성이 작고 실적치와 상관관계가 높고 안정적인 추정치를 제시함을 보였다.

동태모형의 대표적인 형태인 ADL(1,1)모형에 의한 시간분해 모형은 다음과 같다.

$$\mathbf{y}^M = \phi L(\mathbf{y}^M) + \mathbf{x}^M\beta + \epsilon^M$$



여기서  $L$ 은 시차연산자, 모수 벡터  $\beta=(m, g, \beta_0, \beta_1)$ ,  $m$ 은 상수항,  $g$ 는 시간추세항 계수,  $\mathbf{x}^M=(1, t, x_t^M, x_{t-1}^M)$ ,  $t$ 는 시간추세항을 나타내며 교란항 벡터  $\epsilon^M$ 는 분산이  $\sigma_\epsilon^{M^2}$ 인 백색잡음이다.

ADL(1,1)모형에서 모수가 특정 조건을 만족하면 Chow-Lin모형, Fernandez모형, Litterman모형 등과 동일하게 된다. 즉,  $\beta_1 = -\phi\beta_0$ 이면 Chow-Lin모형, 차분변수를 이용한다는 가정 하에서  $\beta_1 = -\beta_0$ 이고  $\phi = 1$ 이면 Fernandez모형,  $\beta_1 = -\phi\beta_0$ 이면 Litterman모형이 된다.

## 2. 월별 참고 지표가 없는 경우

이용가능한 월별 참고지표가 없는 경우에는 평활화 기법에 의해 분기 GDP로부터 월별 GDP를 직접 산출한다. 즉 분기 GDP와 월별 GDP의 분기합계가 일치한다는 전제조건 하에서 미지의 월별 GDP를 시간  $t$ 의 함수로 설정하고 월별 GDP가 가능한 한 평활화 되도록 추정한다. 대표적인 평활화 기법으로는 BFL(Boot, Feibes and Lisman, 1967)과 Denton(1971)이 있다.

BFL 및 Denton은 월별 GDP의 분기 합계가 분기 GDP와 일치하는 제약조건 하에서 다음 함수  $P(\cdot)$ 을 최소화하는 월별 GDP를 추정하였다.

$$\min P(y_t^M) = \min \sum_t [\Delta^j(y_t^M)]^2, j=1,2$$

$$\text{제약조건 : } \mathbf{y}^Q = C\mathbf{y}^M$$

여기서  $\Delta^j$ 는 차분연산자로  $j=1$ 이면 1차 차분,  $j=2$ 이면 2차 차분을 의미하며 행렬  $C$ 는 식(3)의 제약행렬이다. 최소제곱법에 의한 월별 GDP 추정치  $\hat{y}^M$ 는 다음과 같다.

$$\hat{y}^M = (A)^{-1} C (C' A^{-1} C)^{-1} y^Q$$

BFL과 Denton은 행렬  $D$ 를 다음과 같이 각각 정의하고 차분수에 따라  $A = D'D$ 인 1차 차분,  $A = 2D'D'DD$ 를 2차 차분으로 구분하였다.

$$D_{\text{BFL}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_{\text{Denton}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

### III. 상태공간모형을 이용한 시간분해

경제현상을 분석할 때 직접 관측되지 않는 개념적 변수를 시계열 자료로부터 추출해 내거나 시간이 지남에 따라 회귀계수가 변화하는 방정식을 추정하는 기법이 요구되곤 한다. 이러한 경우에 비관측변수 또는 시변 모수(time-varying parameter)를 상태변수로 하는 상태공간모형(state space model)을 이용한다. 상태공간모형은 비관측변수인 상태변수와 관측변수를 연결하는 관측방정식과 비관측 상태변수의 전이(transition)과정을 나타내는 상태방정식으로 구성된다. 상태공간모형의 추정은 우도함수를 조건부평균과 분산을 사용하여 표현할 수 있다는 예측오차분해(prediction error

decomposition) 개념에 기초하여 먼저 조건부평균 및 분산을 칼만 필터링(Kalman filtering)에 의해 계산하고 우도함수를 설정한 후 이를 미지의 모수에 대해 수치 최적화하는 과정을 거치게 된다.

본장에서는 Proietti(2006)를 중심으로 상태공간모형을 이용한 시간분해 기법과 추정방법을 소개한다.

## 1. 월별 상태공간모형

상태공간모형을 이용한 시간분해 모형을 설정하기 위해 먼저 월별 GDP  $y_t^M$ 와 월 참고지표로 이루어진 다음의 월별 상태공간모형을 정의한다.

$$\begin{aligned} \text{관측방정식} : y_t^M &= z' \alpha_t + x_t' \beta, & t = 1, \dots, N, \\ \text{상태방정식} : \alpha_t &= T \alpha_{t-1} + W_t \beta + H_t \epsilon_t, & t = 2, \dots, N, \\ \alpha_1 &= a_1 + W_1 \beta + H_1 \epsilon_1, \\ \epsilon_t &\sim NID(0, \sigma^2 I), \quad \beta \sim N(b, \sigma^2 V) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\alpha_t$ 는 비관측변수인 상태벡터(state vector)이며  $x_t$ 와  $W_t$ 는 각각 관측방정식과 상태방정식에 포함된 외생변수로서  $x_t$ 는 상수항, 시간 추세항 및 월별 참고 지표를 포함하는 벡터이다. Proietti(2006)는 초기 상태벡터를 나타내는  $\alpha_1$ 이 고정효과  $a_1$ , 회귀효과  $W_1 \beta$  및 정상적(stationary) 확률효과  $H_1 \epsilon_1$ 으로 구성되며, 모수  $\beta$ 는 확률과정이 t=1에서 시작할 때 공분산행렬  $V$ 가 0으로 근접하는 미지의 고정된(fixed) 벡터라고 가정<sup>9)</sup>하였다.

앞에서 살펴본 Chow-Lin모형, Fernandez모형, Litterman모형 등은 모두 상태공간모형으로 표현될 수 있다. Chow-Lin모형은 식 (5)에서 상태벡터  $\alpha_t = u_t$ 가 평균 0인 정상적 AR(1)을 따르며  $z=1$ ,  $T=\phi$ ,  $H=1$ 인 시스템 행렬을 가진 상태공간모형의 특수 형태로 나타난다. 이 때 초기상태변수  $\alpha_1 \sim N(0, \sigma^2/(1-\phi^2))$ 이며  $a_1=0$ ,  $W_1=0$ ,  $H_1=(1-\phi^2)^{-1/2}$ 이다. Fernandez모형은 다음과 같이 상태공간모형으로 변환된다.

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} u_{t-1} \\ \Delta u_t \end{bmatrix}, \quad z' = [1, 1], \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \phi \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = 0, \quad W_1 = 0, \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

또한 동태모형인 ADL(1,1)모형을 상태공간모형으로의 전환하면 다음과 같다.

$$y_t^M = \alpha_t$$

$$\alpha_t = \phi \alpha_{t-1} + W_t \beta + H \epsilon_t$$

식 (5)에서  $z' = 1$ ,  $T = \phi$ ,  $H = 1$ ,  $W_t = [1, t, x_t, x_{t-1}]$ ,  $\beta = [m, g, \beta_0, \beta_1]'$ 가 된다. 초기조건은 확률과정이 무한과거 (infinite past)에서 시작한다는 가정 하에서 다음과 같다.

$$y_1 = \alpha_1 = \frac{1}{1-\phi} m + \frac{1-2\phi}{(1-\phi)^2} g + \frac{1}{1-\phi} x_1 (\beta_0 + \beta_1) + \frac{1}{1-\phi L} \epsilon_1$$

---

9) 만일  $\beta$ 을 평균이 0이고 임의의 공분산행렬( $V^{-1} \rightarrow 0$ )을 갖는 확산(diffuse) 벡터로 가정할 때는 확률과정이 무한 과거에서 시작할 때 적합(de Jong, 1991). 확산성(diffuseness)은 모수의 불확실성 또는 특정 상태성분의 비정상성(non-stationarity)을 의미

## 2. 누적변수에 의한 상태공간모형

월별 GDP  $y^M$ 이 비관측변수이기 때문에 앞에서 제시한 월별모형은 직접 적합할 수 없다. 따라서 관측 가능한 분기 GDP를 이용하여 되는데 이 때 월별 GDP  $y^M$ 의 분기합계가 분기 GDP와 일치하는 전제조건을 이용하여 다음과 같은 누적변수(cumulator variable, Harvey(1989))  $y^c$ 를 정의한다.

$$y_t^c = \psi_t y_{t-1}^c + y_t^M \quad (6)$$

여기서  $\psi_t = [0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, \dots]$ , 첫째 월의  $y_1^c = y_1^M$ 라고 하면 누적변수  $y_t^c$ 는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} y_1^c &= y_1^M, & y_2^c &= y_1^M + y_2^M, & y_3^c &= y_1^M + y_2^M + y_3^M \\ y_4^c &= y_4^M, & y_5^c &= y_4^M + y_5^M, & y_6^c &= y_4^M + y_5^M + y_6^M \\ &\vdots & &\vdots & &\vdots \end{aligned}$$

분기 3번째 월에서의  $y_t^c$ 는 분기 GDP가 되고 나머지 시점에서는 결측이다. 누적변수  $y_t^c$ 와 월별 GDP  $y_t^M$ 간의 관계를 나타내는 식 (6)에 월별 모형의 관측방정식 및 상태방정식 (5)를 대입하게 되면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$y_t^c = \psi_t y_{t-1}^c + \mathbf{z}' T \boldsymbol{\alpha}_{t-1} + (\mathbf{z}' W_t + \mathbf{x}'_t) \boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}' H \boldsymbol{\epsilon}_t \quad (7)$$

동 모형식은 월 및 분기 GDP를 포함하고 있는 누적변수  $y_t^c$ 와 월별 상태변수  $\boldsymbol{\alpha}_t$ 를 포함하고 있다. 월별 GDP 추정을 위한 최종적인 상태공간모형은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned}
y_t^c &= \mathbf{z}' \boldsymbol{\alpha}_t^* \\
\boldsymbol{\alpha}_t^* &= \mathbf{T}_t^* \boldsymbol{\alpha}_{t-1}^* + \mathbf{W}_t^* \boldsymbol{\beta} + \mathbf{H}^* \boldsymbol{\epsilon}_t \\
\boldsymbol{\alpha}_1^* &= \mathbf{a}_1^* + \mathbf{W}_1^* \boldsymbol{\beta} + \mathbf{H}_1^* \boldsymbol{\epsilon}_1
\end{aligned} \tag{8}$$

여기서 시스템 행렬 및 초기상태의 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}' &= [0' \ 1], \quad \boldsymbol{\alpha}_t^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_t \\ \mathbf{y}_t^c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_t^* = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{z}' \mathbf{T} & \psi_t \end{bmatrix}, \\
\mathbf{W}_t^* &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_t \\ \mathbf{z}' \mathbf{W}_t + \mathbf{x}'_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{z}' \mathbf{H} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{a}_1^* &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{z}' \mathbf{a}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_1^* = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{z}' \mathbf{W}_1 + \mathbf{x}'_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_1^* = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{z}' \mathbf{H}_1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{9}$$

### 3. 상태공간모형의 추정

상태공간모형의 추정은 조건부평균 및 분산을 칼만필터링에 의해 계산하는 단계와 동 결과를 이용하여 우도함수를 설정한 후 이를 미지의 모수에 대해 수치 최적화하는 단계에 걸쳐 이루어진다.

먼저 우도함수 설정을 위해 칼만필터링을 적용하여 조건부평균 및 분산을 산출하는 과정은 다음과 같다. 본고에서는 일반적인 칼만필터링 대신에 식 (6)의 누적변수  $\mathbf{y}^c$ 에 포함되어있는 결측치 추정을 위해 AKF<sup>10)</sup>(Augmented Kalman Filtering)를 사용했다. AKF는 누적변수  $\mathbf{y}^c$ 가 실적치인 시점  $t=3,6,9,\dots$ 과 나머지 시점

10) 관측 또는 상태방정식이 비선형인 경우 일반적으로 이용되는 확장(extended) 칼만필터링과는 다름

에서 서로 다른 형태의 예측·수정과정을 거치게 된다. 구체적인 AKF과정은 다음과 같다. 우선 예측오차  $v_t = y_t^c - z^{*'} a_t^*$ , 예측오차의 조건부 분산  $f_t = z^{*'} P_t^* z_t^*$ , 칼만이득(Kalman gain)  $K_t = T_t^* P_t^* z_t^* / f_t$ 를 정의하고 식 (9)의 초기치에 새로운 초기치 변수<sup>11)</sup>  $A_1^* = W_1^*$ ,  $P_1^* = H_1^* H_1^{*'}$ ,  $q_1 = 0$ ,  $s_1 = 0$ ,  $S_1 = 0$ 를 정의하였다. 시점  $t = 3, 6, 9, \dots$ 에서 AKF는 다음의 예측·수정과정을 반복적으로 실시한다.

$$\begin{aligned} a_{t+1}^* &= T_{t+1}^* a_t^* + K_t v_t, & A_{t+1}^* &= W_{t+1}^* + A_t^* T_{t+1}^* + K_t V_t', \\ P_{t+1}^* &= T_{t+1}^* P_t^* T_{t+1}^{*'} + H_t^* H_t^{*'} - K_t K_t' f_t, \\ q_{t+1} &= q_t + v_t^2 / f_t, & s_{t+1} &= s_t + V_t v_t / f_t, \\ S_{t+1} &= S_t + V_t V_t' / f_t. \end{aligned}$$

여기서  $V_t = -z^{*'} A_t^*$ 로 정의된다. 누적변수  $y^c$ 의 결측치인 시점  $t = 1, 2, 4, 5, \dots$ 에서의 AKF는 다음 과정이 반복적으로 실시된다.

$$\begin{aligned} a_{t+1}^* &= T_{t+1}^* a_t^*, & A_{t+1}^* &= W_{t+1}^* + A_t^* T_{t+1}^*, \\ P_{t+1}^* &= T_{t+1}^* P_t^* T_{t+1}^{*'} + H_t^* H_t^{*'}, \\ q_{t+1} &= q_t, & s_{t+1} &= s_t, & S_{t+1} &= S_t \end{aligned}$$

AKF를  $N$ 시점까지 적용하여 얻어진 조건부 평균  $s_{N+1}$ 과 조건부 분산  $S_{N+1}$  등을 이용하여 우도함수를 설정하고 이를 모수에 대해 수치최적화(numerical optimization)하여  $\beta$ 와  $\sigma^2$ 의 최우추정량을 다음과 같이 산출한다.

11) 여기서  $q_t$ ,  $s_t$ ,  $S_t$ 는 일반화회귀모형(generalized regression)에 의해  $\beta$ 를 추정하는 데 이용되는 가중제곱합(weighted sum of squares)과 교차곱(cross-product)을 의미

$$\hat{\beta} = -S_{N+1}^{-1} s_{N+1}, \quad \text{Var}(\hat{\beta}) = S_{N+1}^{-1}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{q_{N+1} - s'_{N+1} S_{N+1}^{-1} s_{N+1}}{[N/3]}$$

여기서  $[N/3]$ 은  $N/3$  이하인 최대정수를 나타낸다. 한편 모수  $\phi$ 를 추정하기 위해서 다음의 프로파일 우도함수(profile likelihood)  $L_c$ 를 정의한다.

$$L_c = -0.5 \left[ d_{N+1} + [N/3] (\ln \hat{\sigma}^2 + \ln(2\pi) + 1) \right]$$

여기서  $d_{N+1}$ 는 AKF과정에서  $d_{t+1} = d_t + \ln f_t$ 를 반복 계산하여 얻어진다. 우도함수  $L_c$ 가 모수  $\phi$ 의 함수이므로  $\phi$ 의 최대우도추정치(MLE)는  $(-1, 1)$ 구간을 격자로 나누어 각 격자별  $\phi$ 값에 대하여 프로파일 우도함수가 최대가 되는  $\phi$ 값으로 산출한다.

#### 4. 로그변환된 자료의 시간분해

경제시계열이 시간에 따라 변동성이 증가하는 경우에 등분산성(homoscedasticity) 조건을 충족시키기 위해 시계열에 로그(log)를 취한 계열을 이용한다. 하지만 월별 GDP를 로그변환하게 되면 시계열의 비가법성, 즉 3개월 GDP의 합이 분기 GDP와 같지 않게 되므로 앞에서 제시한 시간분해모형을 직접 적용할 수 없다. 따라서 로그변환자료에서 시간분해기법을 적용하기 위해서는 별도의 처리 과정이 필요하다.<sup>12)</sup>

식 (5)에서  $y^M$ 을 로그변환된 월별GDP라고 하면 관측방정식은

12) Proietti(2004)는 로그변환뿐만 아니라 다양한 형태의 변수 변환, 즉 Box-Cox변환에 대한 시간분해 처리방법을 제시하였음



$y_t^M = \mathbf{z}'\boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{x}'_t\boldsymbol{\beta}$ 가 된다. 이 때 분기 GDP  $Y_\tau$ 는 다음과 같이 로그 변환 한 월별 GDP  $\mathbf{y}^M$ 의 비선형(non-linear)함수다.

$$Y_\tau = \sum_{j=0}^2 \exp(y_{3\tau-j}^M), \quad (10)$$

시간분해모형은 로그변환된 월별 GDP  $\mathbf{y}^M$ 에 의해 설정되지만 실제로 이용가능한 자료는 월별 GDP의 분기합인 분기 GDP  $Y_\tau$ 이다. 식 (10)에서 제약조건이 비선형이므로 이에 따른 시간분해모형도 비선형모형이 된다. 먼저  $Y_t^c = \psi_t Y_{t-1}^c + \exp(y_t)$ 를 만족하는 누적변수  $Y_t^c$ 를 정의하고, 비선형식  $\exp(y_t)$ 를 선형모형으로 바꾸기 위해 1차 테일러 근사식을 이용하면 다음과 같은 선형식을 얻는다.<sup>13)</sup>

$$Y_t^c = \psi_t Y_{t-1}^c + \tilde{\mathbf{z}}'_t \boldsymbol{\alpha}_t + \tilde{\mathbf{x}}'_t \boldsymbol{\beta} + \tilde{\mathbf{d}}_t$$

단  $\tilde{\mathbf{z}}'_t = \exp(\tilde{y}_t) \mathbf{z}'$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}'_t = \exp(\tilde{y}_t) \mathbf{x}'_t$ ,  $\tilde{\mathbf{d}}_t = (1 - \tilde{y}_t) \exp(\tilde{y}_t)$  이고  $\tilde{y}_t$ 는  $\tilde{y}_t = \mathbf{z}'\tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{x}'_t\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ 를 만족하는 초기 월별 GDP 추정치이다. 여기서  $\boldsymbol{\alpha}_t^* = [\boldsymbol{\alpha}'_t, Y_t^c]'$  라고 정의하면 로그변환자료에 대한 상태공간모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_t^c &= [\mathbf{0}' \ 1] \boldsymbol{\alpha}_t^* \\ \boldsymbol{\alpha}_t^* &= \mathbf{T}_t^* \boldsymbol{\alpha}_{t-1}^* + [\mathbf{0}', \tilde{\mathbf{d}}_t]' + \mathbf{W}_t^* \boldsymbol{\beta} + \mathbf{H}_t^* \boldsymbol{\epsilon}_t \\ \boldsymbol{\alpha}_1^* &= \mathbf{a}_1^* + [\mathbf{0}', \tilde{\mathbf{d}}_1]' + \mathbf{W}_1^* \boldsymbol{\beta} + \mathbf{H}_1^* \boldsymbol{\epsilon}_1 \end{aligned} \quad (11)$$

13)  $\exp(y_t)$ 를  $\tilde{y}_t$ 를 중심으로 한 1차 테일러 근사식은  $\exp(y_t) \approx \exp(\tilde{y}_t) + \exp(\tilde{y}_t)(y_t - \tilde{y}_t)$ 이 되며  $y_t = \mathbf{z}'\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{x}'_t\boldsymbol{\beta}$ 관계식을 이용하면 다음과 같은 식을 얻음.

$$\exp(y_t) \approx \exp(\tilde{y}_t) \mathbf{z}'\boldsymbol{\alpha} + \exp(\tilde{y}_t) \mathbf{x}'_t\boldsymbol{\beta} + \exp(\tilde{y}_t)(1 - \tilde{y}_t)$$

여기서 시스템 행렬 및 초기상태의 조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_t^* = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{z}}_t^* \mathbf{T} & \psi_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_t^* = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_t \\ \mathbf{z}' \mathbf{W}_t + \tilde{\mathbf{x}}_t' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \tilde{\mathbf{z}}' \mathbf{H} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{a}_1^* = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \tilde{\mathbf{z}}_1' \mathbf{a}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_1^* = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{z}_1' \mathbf{W}_1 + \tilde{\mathbf{x}}_1' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_1^* = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \tilde{\mathbf{z}}_1' \mathbf{H}_1 \end{bmatrix}$$

비선형 관계식 (10)으로부터 선형식으로 근사<sup>14)</sup>시킨 동 상태공간 모형은 앞서 소개한 AKF를 적용과정을 통해 추정할 수 있다. 이 때 새로 산출한 월별 GDP 추정치  $\hat{y}_t$ 를 초기 월별 GDP 추정치  $\tilde{y}_t^{\text{new}} = \hat{y}_t$ 로 업데이트 한다. 최종 월별 GDP 추정치는 현단계의 추정치  $\tilde{y}_t^{\text{new}}$ 와 전단계의 월별 GDP 추정치  $\tilde{y}_t$ 와의 차이가 주어진 오차범위 내에 들어올 때까지 동 과정을 반복하여 실시하여 산출된다.

14) 동모형을 조건부 선형가우시안 근사모형(Linear Gaussian Approximation Model)이라고 함

## IV. 우리나라의 월별 GDP 시산

### 1. 시산방법

본장에서는 우리나라의 월별 GDP를 상태공간모형에 의한 시간분해를 적용하여 추정해 보았다. 대상시계열은 월 기초자료 여건을 감안하여 2000년 1월~2009년 12월까지로 하였다. 분기 GDP가 생산측면을 중심으로 측정되기 때문에 분기 GDP를 벤치마크한 월별 GDP도 생산측면에서 작성<sup>15)</sup>하였다. 또한 분기 GDP 계절조정계열은 원계열을 먼저 추계한 후 사후적으로 계절조정과정을 거쳐 산출하기 때문에 월별 GDP 원계열자료를 이용해 추정모형을 설정하였다. 월별 GDP 계절조정계열은 월별 GDP 원계열에 대해 X-12-ARIMA프로그램을 이용해 사후적으로 작성하였다.

분기 국민소득을 추계하는 데는 약 170여 종의 다양한 기초통계가 이용된다. 그러나 월별 GDP 추정에 이용가능한 월별 기초통계는 제한되어 있다. 계량모형의 설명변수로서 이용되는 월별 참고지표는 분기 GDP를 추계하는 데 이용되는 기초통계 중에서 공표시기와 설명력을 고려하여 선정하였으며 특히 통계청의 월별 산업활동동향이 발표되는 매월 종료 후 30일 경에 확보 가능한 참고지표를 중심으로 선정하였다.

월 참고지표는 국민소득통계 공표 기준으로 16산업 대분류 부문에서 산업별로 <표 2>와 같이 선정하였다. 기초통계의 설명력

15) 우리나라는 '국민소득 삼면 등가의 원칙'에 근거를 두고 생산접근법을 기본으로 GDP를 추계하고 있음. 생산접근법은 산업별 국내총생산, 즉 부가가치를 추계하는 것으로 먼저 상품별로 산출액을 계산한 다음 생산을 위해 사용된 중간투입을 산출액에서 차감하여 부가가치를 추계함

을 높이기 위해서 국민소득통계와 산업생산지수가 포괄범위 등의 차이로 인한 산업별 비중이 서로 다른 것을 감안해 국민소득통계의 81부분의 비중을 가중치로 산업별 생산지수를 조정한 가중생산지수를 설명변수로 사용하였다.

월별 지표와 GDP간 설명력을 평가하기 위해 상관계수를 계산해본 결과 제조업, 건설업, 도소매음식숙박업 및 정보통신업 등은 상관계수가 0.9이상으로 관련지표의 설명력이 매우 높고, 운수보관업, 금융보험업 및 부동산업 등 대다수 서비스업도 상관계수가 0.

<표 2>

**산업별 월별 관련 지표**

부 문	월별 이용 지표 <sup>1)</sup>	상관계수
• 농림어업	..	.. <sup>2)</sup>
• 광업	광업 생산지수(불변)	0.44
• 제조업	제조업 생산지수(불변)	0.98
• 전기가스수도업	전력판매량	0.55
• 건설업	건설기성액(불변) <sup>3)</sup>	0.87
• 도소매음식숙박업	도소매음식숙박업 생산지수(불변)	0.91
• 운수보관업	운수업 생산지수(불변)	0.84
• 금융보험업	금융 및 보험업 생산지수(불변)	0.66
• 부동산 및 임대업	부동산 및 임대업 생산지수(불변)	0.66
• 정보통신업	출판,영상,방송,통신 및 정보 서비스업 생산지수(불변)	0.91
• 공공행정 및 국방	..	.. <sup>2)</sup>
• 사업서비스업	사업서비스업 생산지수(불변)	0.81
• 교육서비스업	교육서비스업 생산지수(불변)	0.68
• 보건 및 사회복지사업	총진료비(건강보험공단, 불변) <sup>3)</sup>	0.78
• 문화 및 오락서비스업	문화오락서비스업 생산지수(불변)	0.81
• 기타서비스업	기타서비스업 생산지수(불변)	0.76

주 : 1) GDP통계의 81부분 가중치로 지표를 조정

2) 월별지표의 부재로 계산 생략

3) 건설기성액(불변), 총진료비(불변)는 경상 기성액, 경상 총진료비를 건설공사서비스, 의료서비스 CPI로 각각 나누어 불변지수화

6~0.8내외로 관련지표의 설명변수로서의 최소조건은 충족하는 것으로 보인다. 한편 광업과 전기가스수도업은 관련지표의 설명력이 떨어지지만 동 산업의 GDP 대비 비중(2009년 명목금액 기준)이 광업 0.2%, 전기가스수도업 1.8%에 불과하여 GDP성장률을 결정하는 데 영향력이 미미한 것으로 판단하였다. 농림어업, 공공행정 및 국방은 관련 월별지표의 부재로 분기 시계열을 가능한 한 평활하도록 배분하는 방법을 이용하여 월별 GDP를 추정하였다.

16개 산업별로 선정된 월별 참고지표를 분기화 한 후 연간 GDP로부터 분기 GDP를 추정하는 모의실험을 실시하였다. 동 모의실험에서는 Chow-Lin모형, Fernandez모형, Litterman모형, ADL모형 등 상태공간모형으로 표현 가능한 시간분해 기법을 대상으로 변수의 수준 및 차분, 로그변환 여부, 상수항 및 시간추세항의 포함 여부 등을 고려하여 분기 GDP 실적치와 추정치간 차이를 계산한 제곱근평균제곱오차(RMSE)<sup>16)</sup> 통계량이 가장 작은 모형을 부문별 최적모형으로 선정<sup>17)</sup>하였다. <표 3>에 나타난 바

<표 3>

**제조업 모형별 RMSE 비교**

		(%)				
선 형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
	1.090	1.225	1.202	1.037	1.056	1.069
비 선 형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
	1.060	1.060	1.056	<b>1.031</b>	1.058	1.053

주 : 1) 위 첨자 c는 상수항, ct는 상수항 및 시간추세항이 포함되었음을 의미  
2) ADL1: 수준모형, ADL2: 종속변수(Y) 차분모형, ADL3: 모든 변수의 차분모형

16)  $RMSE(\%) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{t=1}^N \left( \frac{\hat{Y}_t - Y_t}{Y_t} \right)^2} \times 100$ ,  $Y_t$  : 실적치,  $\hat{Y}_t$  : 추정치

17) 모형추정은 Proietti(2006)가 Ox metrics로 작성한 프로그램을 이용하였음

와 같이 제조업의 최적모형은 RMSE가 최소인 로그변환된 수준변수를 이용한 ADL(1,1)(상수항 포함)으로 선정하였다. 16개 산업별 최적모형 선정결과는 <참고 1>에 나타나 있다. 16개 산업 가운데 건설업을 제외하고는 모든 산업에서 ADL(1,1)이 최적모형으로 선택되었다. 또한 제조업, 건설업, 운수 및 보관업, 정보통신업, 보건 및 사회복지사업에서는 로그변환된변수를 이용한 비선형 시간분해모형이 최적모형으로 선정되었다.

한편 이용가능한 월별지표가 없는 농림어업 및 공공행정 및 국방 등은 BFL 또는 Denton 등 평활화 시간분해모형 가운데 평활화 정도가 가장 우수한 방식을 최적모형으로 선정하였다. <표 4>에서 Denton 1차 차분모형(또는 BFL 1차 차분모형)이 가장 우수한 모형으로 나타났다.

<표 4>

**농림어업 및 공공행정및국방의 평활화 정도 비교**

	BFL(FD) <sup>2)</sup>	BFL (SD) <sup>2)</sup>	Denton (FD) <sup>2)</sup>	Denton (SD) <sup>2)</sup>
농 립 어 업	8.062	10.489	8.062	10.478
공공행정 및 국방	4.346	4.735	4.346	4.720

주 : 1) 평활화 정도는 R1통계량에 의해 평가

$$(R1통계량) = \sum_{t=2}^N (r_t - r_{t-1})^2 / (N-1), \quad r_t \text{는 전년동월대비 성장률}(\%)$$

2) FD, SD는 차분행렬 D의 1차곱, 2차곱을 각각 의미

각 산업별로 산출한 산업별 부가가치를 합산하여 월별 GDP를 산출하였다. 이때 합산은 산업별 부가가치를 각각 전년도 가격으로 평가한 자료로 변환한 후 합산하여 전년도 가격기준 GDP를 먼저 구하고 동 계열을 재연쇄(re-chaining)하여 연쇄 월별 GDP

를 산출<sup>18)</sup>하였다. 월별 GDP SA계열은 원계열 월별 GDP를 BOK-X12-ARIMA를 이용하여 계절조정을 실시하여 산출하였다. 이 때 월별 GDP SA계열의 분기합계가 기 공표된 분기 GDP SA계열과 같도록 Chow-Lin모형<sup>19)</sup>을 이용하여 월별 GDP SA계열을 조정<sup>20)</sup>하였다.

## 2. 시산결과

월별 GDP 성장률은 분기 GDP 성장률에 비해 변동성이 크게 확대되었음을 알 수 있다. <표 5>에서 전년동월비와 전년동기비 성장률은 평균은 3.9%로 크게 차이가 없는 반면 변동계수는 각각 0.87, 0.68로 월별 GDP 성장률의 변동성이 상대적으로 크게 나타났다. 또한 전월비와 전기비 성장률의 표준편차는 각각 1.86%, 1.37%이나 평균을 감안한 변동계수로 보면 각각 5.00, 1.37로 월별

<표 5>

**월 및 분기 GDP 성장률의 통계적 특성<sup>1)</sup>**

		평균	표준편차	변동계수 <sup>2)</sup>	최대값	최소값
전년비	월별GDP	3.94	3.43	0.87	12.60	-7.61
	분기GDP	3.92	2.68	0.68	8.11	-4.25
전월(기)비	월별GDP	0.37	1.86	5.00	5.28	-6.17
	분기GDP	1.00	1.37	1.37	3.46	-5.07

주 : 1) 2000~2009년 기준      2) 표준편차 ÷ 평균

- 18) 분기 GDP 연쇄계열의 합산도 전년가격자료를 합산하여 재연쇄화하는 과정을 거침  
 19) Fernandez모형, Litterman모형 등 다른 모형을 적용한 결과도 Chow-Lin모형에 의한 결과와 큰 차이가 없었음  
 20) 월별 GDP는 직접 계절조정하는 반면, 분기 GDP는 16개 산업에 대해 계절조정하는 직간접법 적용에 따른 차이가 있으며 또한 분기 및 월별자료에 적용되는 이동평균항수가 다르고 공휴일수, 영업일수, 명절효과 및 이상치에 대한 영향력이 분기자료와 월자료에서 서로 다르게 나타나므로 이를 보정

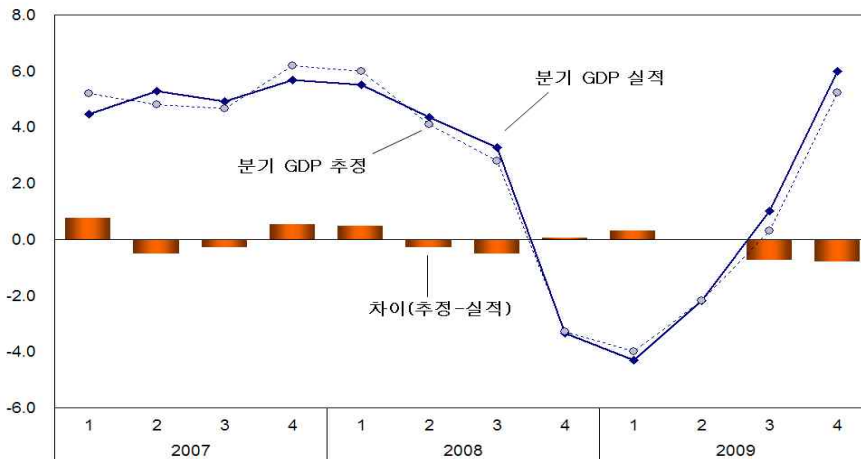
GDP의 전월비가 분기 GDP 전기비에 비해 매우 큰 변동성을 나타냈다.

월별 GDP의 추정력을 평가하기 위해 분기 GDP가 작성되기 이전에 해당분기 내 3개월 GDP를 외삽<sup>21)</sup>(extrapolation)기법으로 각각 추정한 후 합산하여 분기 GDP 추정치를 계산하였다. 동 분기 GDP 추정치와 실적치를 비교하여 월별 GDP의 추정력을 간접적으로 평가해 보았다. <그림 1>에서 분기 GDP 추정치와 실적치 간 차이는 절대값평균오차 기준으로 0.4%p이었다. 또한 추정치의 방향성을 비교해 보면 총 12번 가운데 1번만 실적치와 다른 성장 방향을 나타내었고 나머지는 모두 일치하였다. 결과적으로 월별 GDP 추정치를 합한 분기 GDP 추정치가 대체로 양호하게 추정된 것으로 판단된다.

<그림 1>

**월별 GDP의 분기합(추정치)과 분기 GDP 실적치 비교**

(전년동기대비, %)

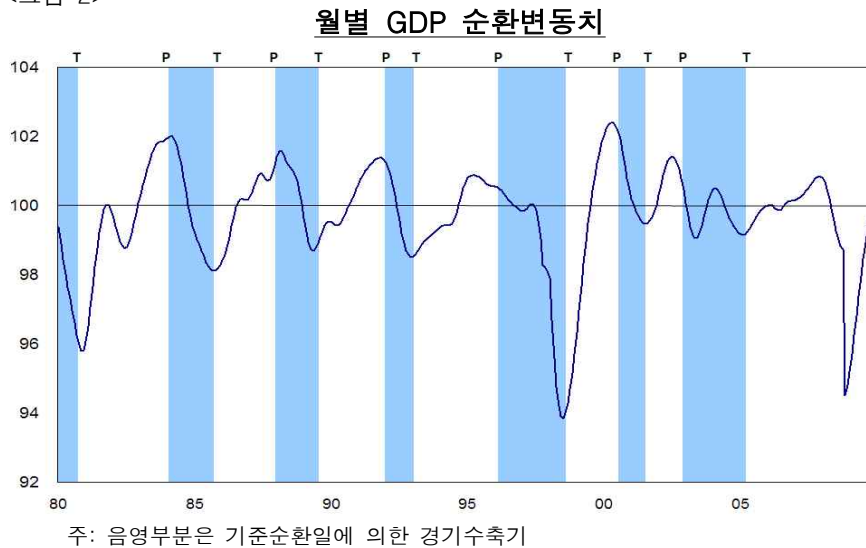


21) 분기치가 없는 최근시점에서 월별 참고지표만을 가지고 월별 GDP를 추정



월별 GDP가 우리나라 경기를 얼마나 잘 설명하는지를 살펴보기 위해 GDP 순환변동치 계열을 작성<sup>22)</sup>하였다. 외환위기 시점에서는 추세가 급격하게 변경되었으므로 이를 보정하기 위해 위기 이전 시점에서의 추세와 위기발생 후의 추세를 각각 추정하여 연결시키는 추세보정과정을 실시하였다. <그림 2>의 월별 GDP 순환변동치는 우리나라 경기순환과 비슷한 모습을 나타냈다. 월별 GDP 순환변동치로 산출한 정·저점을 기준순환일과 비교한 결과는 <표 6>과 같다. GDP 순환변동치의 정·저점은 기준순환일의 정·저점과 비교해 제6순환의 정점을 제외하고는 큰 차이가 없었다. 제6순환의 정점은 추세보정을 실시하지 않았을 경우에는 오히려 기준순환일의 정점보다 16개월 늦게 나타나는 등 추세제거 방법에 의한 정점시기 차이가 커서 비교 대상에서 제외하였다.

<그림 2>



22) 장기추세추정을 위해 월별 GDP를 1980년까지 연장하였으며 이 때 월별 참고자료가 없는 구간에서는 평활화 기법을 이용하여 월별 GDP를 추정하였음. HP필터링 적용시 평활화 계수값은 14400을 이용

<표 6>

**GDP 특수순환일과 기준순환일 비교**

	GDP 특수순환일		기 준 순 환 일		차이(월)	
	저 점	정 점	저 점	정 점	저 점	정 점
제3순환	1980.12월	1984. 3월	1980. 9월	1984. 2월	+3	+1
제4순환	1985. 9월	1988. 2월	1985. 9월	1988. 1월	0	+1
제5순환	1989. 5월	1991.11월	1989. 7월	1992. 1월	-2	-2
제6순환	1992.12월	1995. 3월	1993. 1월	1996. 3월	-1	-12
제7순환	1998. 6월	2000. 5월	1998. 8월	2000. 8월	-2	-3
제8순환	2001. 7월	2002. 7월	2001. 7월	2002.12월	0	-5
제9순환	2005. 2월		2005. 4월 <sup>1)</sup>		-2	

주: 1) 잠정

### V. 맺 음 말

본고에서는 월별 GDP를 추정하기 위해 상태공간모형을 이용한 시간분해 기법을 소개하고 동 방법을 사용하여 우리나라의 월별 GDP를 추정하여 보았다. 다양한 형태의 시간분해 기법을 상태공간모형이라는 하나의 틀 안에서 구축함으로써 추정의 정도를 높이고자 하였으며, 16개 산업별로 모형을 구축하여 세분화된 수준에서 월별 GDP를 추정함으로써 연쇄효과를 부분적으로 반영하고자 하였다. 월별 기초자료는 16개 산업보다 세분화된 수준에서 GDP가중치로 결합한 가중지수(통계)를 이용함으로써 분기 GDP 추정모형의 설명력을 높이고자 하였다.

시산결과 월별 GDP 성장률은 분기 GDP보다 상대적으로 변동성이 크게 나타났다. 월별 GDP 순환변동치로 본 우리나라의 경기순환은 대체로 기준순환일과 비슷하여 월별 GDP가 매월 경기흐

를 파악하는 데에 유용하게 이용될 수 있는 가능성을 보여주었다.

한편 본고에서 사용한 월별 GDP는 관련기초자료 확보시점인 월 종료후 30일경을 작성시점으로 설정하여 추정하였다. 동 추정 방식은 월별 GDP 작성을 통해 과거에 비해 보다 자주 경기를 판단할 수 있다는 장점이 있지만 월별 GDP를 추정하는 주목적 중의 하나인 속도성에는 다소 미흡할 수가 있다. 영국 NIESR에서는 주요 월별지표가 발표되기 이전에 동 지표를 시계열 모형에 의해 추정하고 월별지표 추정치를 이용해 월별 GDP를 월 종료후 10일 이내에 작성하여 속도성을 높이고자 시도하였다. 그러나 동 방식에 의해 신뢰성 있는 월별 GDP를 추정하기 위해서는 참고지표 예측의 신뢰성이 전제되어야 한다. NIESR는 참고지표 예측의 불확실성 및 월별 GDP의 높은 변동성을 가능한 한 줄이기 위해 3개월의 GDP를 합산한 롤링분기추정치(Rolling Quarterly Estimates; 이하 RQE<sup>23)</sup>)성장률을 발표하고 있다. 우리나라에서도 월별 GDP의 속도성 제고를 위한 지표 예측력 개선에 대한 보완 연구가 필요하고 NIESR의 RQE방식과 같이 3개월 GDP 합을 도입할 경우의 유용성 및 한계점 등에 대한 검토가 필요할 것으로 보인다. 또한 새로운 분기 GDP가 확보될 때마다 월별 GDP 추정치가 분기 GDP를 벤치마크하는 방법론적 특성으로 인해 수정(revision)되므로 이에 따른 시계열의 안정성 확보에 대한 연구도 필요한 것으로 보인다.

23) GDP RQE는 해당월과 직전 2개월 GDP를 합산한 값임. 2009년 10월 GDP RQE 전기대비 성장률은 2009년 5~7월 GDP RQE대비 2009년 8~10월 GDP RQE의 성장률임

---

## 참고문헌

- 김기호, "비관측인자 오차수정모형을 이용한 월별 GDP 추정", 『금융경제연구』, 2006.
- 이공희, "벤치마킹 방법을 이용한 월별 GDP 추정", 『통계연구』, 13권 1호, pp.25-47. 2008.
- Boot, J.C.G., Feibes, W., Lisman, J.H.C., "Further methods of derivation of quarterly figures from annual data", *Applied Statistics*, 16, 1, pp65-75, 1967.
- Chow, G., and Lin. A. L., "Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution and Extrapolation of Time Series by Related Series", *The Review of Economics and Statistics*, 53, 4, pp372-375, 1971.
- De Jong, P., "The diffuse Kalman filter", *Annals of Statistics*, 19, pp1073-1083, 1991.
- Denton, F. T., "Adjustment of monthly or quarterly series to annual totals: an approach based on quadratic minimization", *The Journal of the American Statistical Association*, 66, pp99-102, 1971.
- Fernandez, P. E. B., "A methodological note on the estimation of time series", *The Review of Economics and Statistics*, 63, 3, pp471-478, 1981.
- Harvey, A. C., *Forecasting, Structural Time Series Models and Kalman Filter*. Cambridge University Press, 1989.
- Litterman, R. B., "A random walk, Markov model for the distribution of time series", *The Journal of Business and Economic Statistics*, 1, 2, pp169-173, 1983.
- Mitchell, J., "Where are we now? The UK recession and nowcasting GDP growth using statistical models", *National*

*Institute Economic Review*, No. 209, pp60-69, 2009.

- Mitchell, J., Smith, R. J., Weale, M. R., Wrights, S. and Salazar, E. L., "An Indicator of Monthly GDP and an Early Estimate of Quarterly GDP Growth", *Economic Journal*, Vol. 115, No. 501, pp108-129, 2005.
- Proietti, T., "On the estimation of nonlinearly aggregated mixed models.", *Working paper*, Department of Statistics, University of Udine, 2004.
- Proietti, T., "Temporal disaggregation by state space methods: Dynamic regression methods revisited", *The Review of Econometrics Journal*, Vol. 9, pp357-372, 2006.
- Santos Silva, J. M. C. and Cardoso, F. N., "The Chow-Lin method using dynamic models", *Economic Modelling*, 18, pp269-280, 2001.

<참고>

**16개 산업별 추정 결과**

□ 16개 산업(순생산물세 포함)별 추정결과에 대한 RMSE통계량 값

※ 참고지표가 존재하지 않는 농림어업, 공공행정 및 국방은 제외

광업	선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
			3.168	3.412	3.275	3.203	3.184
제조업	비선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
		3.087	3.264	3.264	3.507	3.483	3.263
전기가스 수도업	선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
		1.090	1.225	1.202	1.037	1.056	1.069
건설업	비선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
		1.060	1.060	1.056	<b>1.031</b>	1.058	1.053
도소매음 식숙박업	선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1	ADL2	ADL3
		2.407	2.531	2.497	<b>2.215</b>	2.760	2.530
운수및 보관업	비선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1	ADL2 <sup>c</sup>	ADL3
		2.397	2.506	2.506	2.397	2.646	2.507
금융및 보험업	선형	CL <sup>ct</sup>	FE	LI	ADL1	ADL2	ADL3
		1.612	1.560	1.560	1.588	1.585	1.907
금용및 보험업	비선형	CL <sup>ct</sup>	FE	LI	ADL1	ADL2	ADL3
		1.622	1.544	<b>1.544</b>	1.623	1.563	1.710
운수및 보관업	선형	CL	FE	LI	ADL1	ADL2	ADL3
		1.111	1.095	1.095	<b>1.056</b>	1.101	1.095
금융및 보험업	비선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>ct</sup>	ADL2	ADL3
		1.057	1.092	1.092	1.163	1.098	1.092
운수및 보관업	선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
		1.645	1.424	1.424	1.645	1.672	1.582
금융및 보험업	비선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
		1.424	1.243	1.243	<b>1.221</b>	1.688	1.719
금융및 보험업	선형	CL	FE	LI	ADL1	ADL2	ADL3
		2.828	3.066	2.765	2.963	3.170	<b>2.763</b>
금융및 보험업	비선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
		2.843	3.110	2.851	2.841	2.832	2.852

주 : 1) 위 첨자 c는 상수항, ct는 상수항 및 시간추세항이 포함되었음을 의미

2) ADL1 : 수준모형, ADL2 : 종속변수 차분모형, ADL3 : 모든 변수 차분모형

(계속)

	선형	CL <sup>c</sup>	FE	LI	ADL1 <sup>c</sup>	ADL2	ADL3
부동산	선형	1.429	1.510	1.565	<b>1.354</b>	2.024	1.483
임대업	비선형	1.439	1.531	1.524	1.392	2.035	1.524
	선형	2.040	1.418	1.490	1.428	1.543	1.811
정보통신업	비선형	2.010	1.427	1.867	<b>1.375</b>	1.692	1.457
	선형	1.219	1.134	1.134	<b>1.096</b>	1.532	1.200
서비스업	비선형	1.157	1.096	1.096	1.219	1.097	1.142
	선형	0.525	0.536	0.536	0.709	<b>0.413</b>	0.575
교육서비스업	비선형	0.639	0.592	1.145	0.705	0.603	0.570
	선형	2.291	2.317	2.317	2.334	2.416	2.315
보건사회복지사업	비선형	3.529	3.200	3.281	3.694	<b>2.087</b>	2.090
	선형	3.432	2.877	2.877	2.814	<b>2.053</b>	2.878
문화오락서비스업	비선형	2.545	3.164	3.164	2.301	2.663	2.819
	선형	1.888	1.026	1.026	1.133	1.155	<b>1.024</b>
기타서비스업	비선형	1.038	1.070	1.070	1.150	1.075	1.070
	선형	4.010	3.989	3.988	4.127	4.073	4.027
순생산물세	비선형	3.978	3.898	3.898	<b>3.882</b>	4.006	3.960

- 주 : 1) 위 첨자 c는 상수항, ct는 상수항 및 시간추세항이 포함되었음을 의미  
 2) ADL1 : 수준모형, ADL2 : 종속변수 차분모형, ADL3 : 모든 변수 차분모형  
 3) 순생산물세는 월별 총부가가치(GVA)를 월별 참고지표로 추정